

# Optimal stopping problems with offers value deterioration

著者	姜 秉国
内容記述	Thesis (Ph. D. in Management Science and Engineering)--University of Tsukuba, (A), no. 1786, 1998.3.23
発行年	1998
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/2368">http://hdl.handle.net/2241/2368</a>

氏 名(国 籍)	かん 美 子 素 国 (韓 国)
学 位 の 種 類	博 士 (経営工学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 1,786 号
学位授与年月日	平 成 10 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審 査 研 究 科	社 会 工 学 研 究 科
学 位 論 文 題 目	Optimal Stopping Problems with Offers Value Deterioration (オファーの価値下落を伴う最適停止問題)
主 査	筑波大学教授 工学博士 山 本 芳 嗣
副 査	筑波大学教授 工学博士 江 藤 肇
副 査	筑波大学教授 理学博士 金 子 守
副 査	筑波大学助教授 工学博士 生 田 誠 三
副 査	筑波大学助教授 Ph. D. 金 澤 雄一郎 (Statistics)

## 論 文 の 内 容 の 要 旨

本論文では最適停止問題に関する 4 つのモデルを提案し、その最適決定ルールの顕著な性質を導いている。最適停止問題とは時間の経過に伴って次々と現れる商品や投資対象などのオファーのどれかを選ぶことによって期間全体にわたる期待利益最大化、あるいは期待費用最小化を目指す問題である。古典的な問題では、一旦選択しないと決定したオファーを時間を遡って選択することが可能でないか、あるいは必ず可能であるといった仮定がおかれており、そのような問題の最適決定の性質については数多くの詳細な研究がある。本論文では、上記の仮定を暖めて、過去のオファーは時間の経過に伴ってその価値が変化するが、時間を遡って選択することが可能であるとのモデルを提案している。オファーの出現から現時点までの時間をそのオファーの年齢と約束すると、以下の 4 つのモデルが考察されている。

- ・モデル 1：オファーの価値はその年齢に依存せず、出現時点での価値  $y$  に一様な価値下落ファクター  $0 < s < 1$  を乗じた  $sy$  で与えられる；一旦選択しないと決定したオファーを選択できる確率は一定値  $0 \leq p \leq 1$  で与えられる。
- ・モデル 2：オファーの価値はその年齢  $j$  に依存する価値下落ファクター  $0 < sj < 1$  と出現時点での価値  $y$  との積  $sjy$  で与えられる；一旦選択しないと決定したオファーも必ず選択できる。
- ・モデル 3：オファーの価値はその年齢  $j$  に依存する価値下落ファクター  $0 < sj < 1$  と出現時点での価値  $y$  との積  $siy$  で与えられる；一旦選択しないと決定したオファーを選択できる確率はオファーの年齢  $j$  によって決まる確率  $0 \leq pj \leq 1$  で与えられる。
- ・モデル 4：モデル 1 で、価値が下落せず上昇するモデルである、つまり  $s > 1$  を仮定する。

モデル 1 では価値下落ファクターが一様であるため、過去のオファーの中で最も価値の高いオファーの現時点での価値と現在のオファーの価値の両者、ならびにいずれのオファーをも選択しなかった場合、今後得られるであろう利得期待値を比較することによって現在の最適決定が導ける。つまり、 $w$  を現在のオファーの価値、 $y$  を最も価値の高い過去のオファーの価値、 $U_t(w, y)$  を探索を続けた場合の期待利得とすると、現時点からの計画期間最後まで最大の期待利得  $u_t(w, y)$  は

$$u_t(w, y) = \max \{w, sy, U_t(w, y)\}$$

で与えられる。モデル 2 以下も基本的には以上と同様の考え方によって最適決定を導くことができる。

このようにして導かれた最適決定が *Double Reservation Value property* (DRV property) なる直感的には不自然とも思える性質を持つことがあることが示されている。DRV property とは、モデル 1 の場合には、現在のオファー  $w$  を所与としたとき、過去のオファーの最大価値  $y$  を変化させたときに最適決定に関して観察される現象で、

$y^* < y^*$  なる 2 つの値  $y^*$  と  $y^*$  が存在して、過去のオファーの最大価値  $y$  が  $y < y^*$  なら、現在のオファーを選択して探索を止めるのが最適決定であり、 $y^* \leq y < y^*$  なら、探索の継続が最適決定であり、 $y \geq y^*$  なら、過去の価値最大のオファーを選択して探索を止めるのが最適決定である。

というものである。同じ現象は他のモデルでも起こりうることを示されている。さらに、この DRV property を持つための必要かつ十分な条件が導かれ、併せて実際に DRV property を持つ数値例が示されている。また、計画期間が無限大に発散した場合の最適決定の漸近的性質についての議論もなされている。

## 審 査 の 結 果 の 要 旨

Landsberger-Peled (1977) 等の既存の最適停止問題モデルに価値下落ファクターを導入して、モデルをより实际的にし、最適決定ルールを導いている。最適決定ルールの導出は従来からのこの分野の定石的議論によって実行されており、その点にはさしたる新規性は見られない。

しかしながら本論文の興味深い点は、既存モデルでは現れなかった性質として Ikuta (1988) によってより単純なモデルでその存在が指摘されていた DRV property の存在を指摘し、それが出現するための必要十分な条件を導いている点、ならびに、オファーの年齢に依存する消滅確率  $p_j$  が存在する場合でも最適決定は漸的にこの確率に依存しないことが示されている点である。

既存モデルの拡張、DRV property に関する理論的な成果等、本論文は最適停止問題に対して大いに貢献があったと認めるものである。

よって、著者は博士（経営工学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。